Tiefpass-Schaltplan wird auf Folie xx gezeigt

Ein Kondensator kann nicht unendlich schnell aufgefüllt oder entleert werden, sonst müsste der Strom auch unendlich sein. Deshalb, behält ein Kondensator seine Spannung und seine Ladung eine gewisse Zeit nach dem Einschalten der Signalquelle, es sei denn der Kondensator (oder Reihe von Kondensatoren) ist direkt an eine Spannungsquelle angeschlossen.

Man kann sich den Kondensator als ein Glass Wasser/Dose, oder einen Eimer vorstellen.

Übertragungsfunktion:

Man kann die Übertragungsfunktionen von Schaltungen mit Kondensatoren und Widerständen auch ohne exakte Herleitung schreiben wenn man folgendes berücksichtigt.

Die Übertragungsfunktion ist Quotient zwei komplexer Polynome.

Wenn wir in der Schaltung n unabhängige Kondensatoren haben (ihre Spannungen sind linearunabhängig) haben wir im Nenner Polynom n-ter Ordnung.

Die dominante Zeitkonstante ist die Summe von CiRi Faktoren. Ci ist jede Kapazität in der Schaltung, Ri ist der Widerstand den die Kapazität Ci sieht.

Grad des Polynoms in Zähler ist kleiner oder gleich wie der Grad des Polynoms im Nenner.

Koeffizienten vom Polynom im Zähler bekommt man aus den Anfangsbedingungen. Wir fragen uns, welche Spannung haben wir kurz nach dem Einschalten (t=0+), welche lange nach dem Einschalten (t=unendlich).

Beispiel Tiefpass:

Die Übertragungsfunktion hat die allgemeine Form

H(s) = B0 + b1s/(1+sRC)

B0 und B1 rechnen wir aus den Anfangsbedingungen.

Kurz nach dem Einschalten ist die Ausgangsspannung 0 – Kondensator kann nicht unendlich schnell aufgeladen werden.

Kurz nach dem Einschalten sind die Frequenzen hoch (die Zeit ist kurz) deshalb haben wir s -> unendlich.

Wir bekommen b1s / sRC = 0 oder b1 = 0.

Für DC Fall (das System war lange ein) haben wir s = 0. Da der Kondensator keinen DC Strom leitet haben wir vin = vout oder H = 1.

Deshalb B0 = 1

Wir schreiben H(s) = 1/(1+sRC)

Zeitverlauf:

Für ein System erster Ordnung und für ein Eingangssignal in Form von Sprungs haben wir vout (t) = c1 + c2 exp(-t/RC)

Die Koeffizienten bekommen wir aus den Anfangsbedingungen.

Vout(0+) = 0 und vout(inf) = Vin_dc

Ergebnis ist vout (t) = Vin_dc (1-exp(-t/RC))

Bode Plot. Bode Plot des Tiefpasses wir in Folie gezeigt. X Achse ist 20 log (|H|) y–Achse ist log(Omega). Es gilt s = j Omega.

Für die Kreisfrequenz Omega = 1/T = 1/RC haben wir eine Polstelle. Die Linien im Plot sind die Asymptoten. Die Eigentliche Kennlinie |H| ist an der Polstelle um sqrt(2) (3dB) niedriger als ihr Maximum. Die Steigung nach der Polstelle ist -20dB/Dekade – oder 1-1 (10-mal weniger H für 10 höhere Frequenz). Die Phase ändert sich von 0 auf -90 Grad im Bereich um 0.1 bis 10 x Polstelle (2 Dekaden).

Beispiel: bestimmen wir H, Zeitverlauf und Bode Plot für den schnellen Spannungsteiler von Folie xx.

Wir haben zwar zwei Kondensatoren, nur 1 davon ist unabhängig. Die Übertragungsfunktion hat also die Form:

H(s) = B0 + b1s/(1+sT)

Das Polynom im Nenner beschreibt die Schaltung wenn sie selbst überlassen wird (Eigenverhalten). Schalten wir vin aus – vin = 0, um das Eigenverhalten zu analysieren. Wir können die Kondensatoren und die Widerstände zusammenführen: $R_{eq} = R1||R2$, $C_{eq} = C1 + C2$. Die Schaltung hat die Gleiche Form wie ein RC Glied. Die Zeitkonstante ist: $T = R1||R2\ (C1 + C2)$.

B0 und B1 rechnen wir aus den Anfangsbedingungen.

Für DC Fall (das System war lange ein) haben wir s = 0. Da die Kondensatoren keinen DC Strom leiten spielen nur die Widerstände eine Rolle. Wir haben vout = vin R2/(R1 + R2). Deshalb B0 = R2/(R1 + R2).

Kurz nach dem Einschalten ist die Ausgangsspannung fließt viel Strom durch die Kondensatoren – sie sind an die Spannungsquelle vin kurzgeschlossen. Wir können im diesen kurzen Intervall die Widerstände vernachlässigen. Die Spannung am Ausgang im Moment 0+ ist durch den kapazitiven Spannungsteiler gegeben. Es gilt: vout(0+) = C1/(C1 + C2) vin.

Wir bekommen B1/ReqCeq = C1/(C1 + C2). B1 = (C1 + C2) R1R2/(R1+R2) C1/(C1 + C2) = R2/(R1 + R2) * C1 R1 = B0 C1 R1.

Die Übertragungsfunktion ist H(s) = R2/(R1 + R2) 1 + sR1C1/(1+sReqCeq)

Wir haben eine Null- und eine Polstelle. Je nachdem ob DC (R2/(R1 + R2)) oder AC-Verstärkung (C1/(C1 + C2)) höher ist, ist die Polstelle oder Nullstelle auf niedriger Frequenz.

Ein Bode Plot wird in Folie xx gezeigt. Besonders interessant ist der Fall C1R1 = CeqReq = (C1 + C2) R1 R2 /R1 + R2 oder C1/Csum = R2/Rsum. Die Null- und Polstelle heben sich dann auf. Die Übertragungsfunktion ist reelle Zahl. Unter Annahme C2 >> C1 und R1 >> R2 kann man die Bedingung umschreiben:

C1/C2 = R2/R1 oder C1 R1 = C2 R2.

2 Weitere Beispiele.